

A large red sphere is positioned on top of a dark blue, three-dimensional geometric block that resembles a cube or a pyramid. The block is tilted, and the sphere is centered on its top surface.

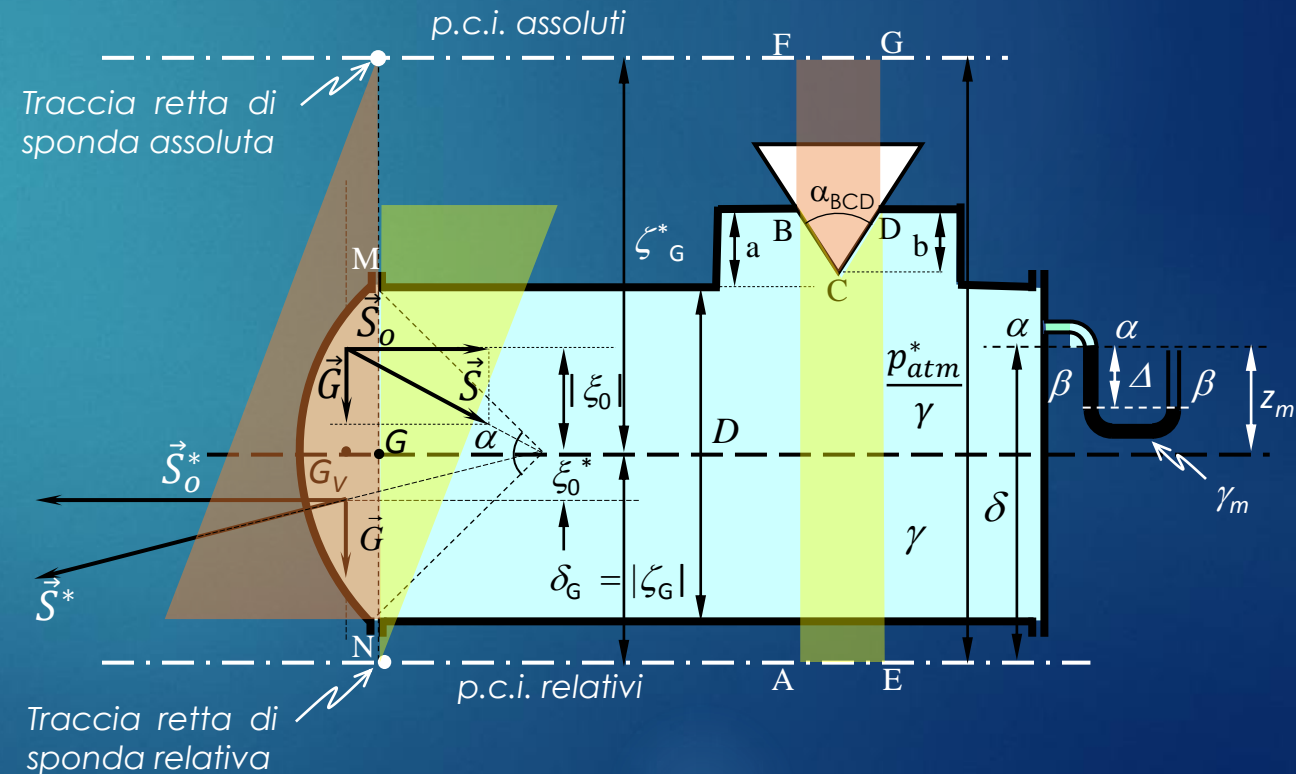
Corso di Idraulica

Prof. A. Balzano

ESERCITAZIONE N°2_2

IDROSTATICA

- SPINTE SU SUPERFICI GOBBE
- USO DELL'EQUAZIONE GLOBALE



Spinte idrostatiche (superfici gobbe)

► Posizioni dei piani dei carichi idrostatici

- Menisco interno del manometro semplice

$$p_\alpha = -\gamma_m \Delta \quad (\text{in depressione})$$

✓ menisco α - α soprastante i p.c.i. relativi

- p_α si può esprimere anche in funzione della sopraelevazione δ del menisco α - α rispetto al p.c.i. relativi dell'acqua

$$p_\alpha = -\gamma_m \Delta = -\gamma \delta = \gamma \zeta_\alpha \quad (\zeta_\alpha < 0)$$

- Si deduce la sopraelevazione δ

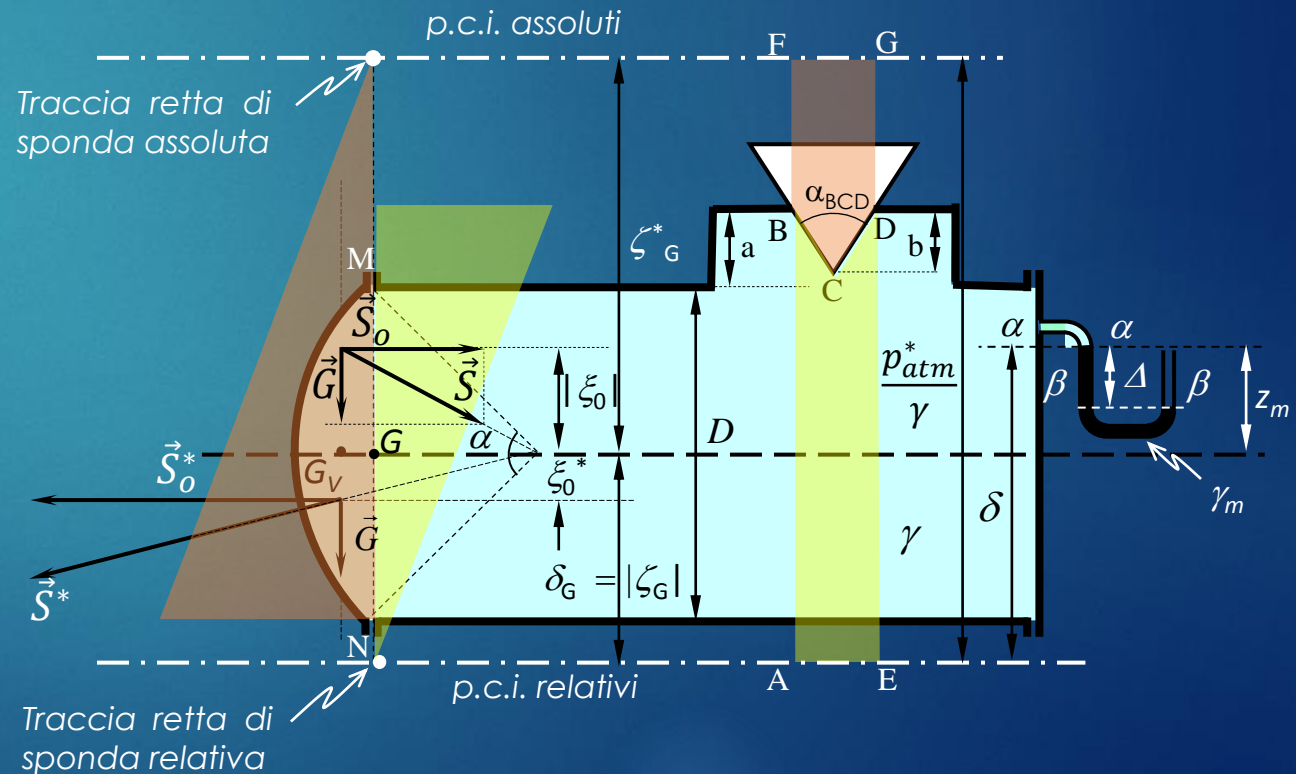
$$\delta = \frac{\gamma_m}{\gamma} \Delta$$

- Il p.c.i. assoluti sovrasta il p.c.i. relativi di $\frac{p_{atm}^*}{\gamma}$

- Per l'acqua $\frac{p_{atm}^*}{\gamma} = 10,33 \text{ m}$

Dati:

– $\gamma = 9806 \text{ Nm}^{-3}$;	– $\Delta = 0,40 \text{ m}$;	– $z_M = 2,00 \text{ m}$;
– $\gamma_m = 132970 \text{ Nm}^{-3}$	– $\alpha = 90^\circ$;	– $a = 0,60 \text{ m}$;
– $D = 6,50 \text{ m}$;	– $\alpha_{BCD} = 60^\circ$.	– $b = 0,50 \text{ m}$;



Spinte idrostatiche (superfici gobbe)

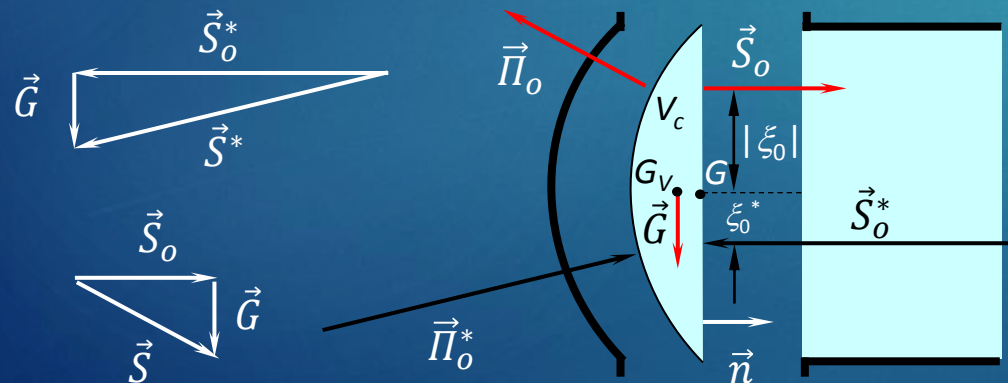
► Spinta relativa su fondello sferico MN

• Equazione globale dell'Idrostatica

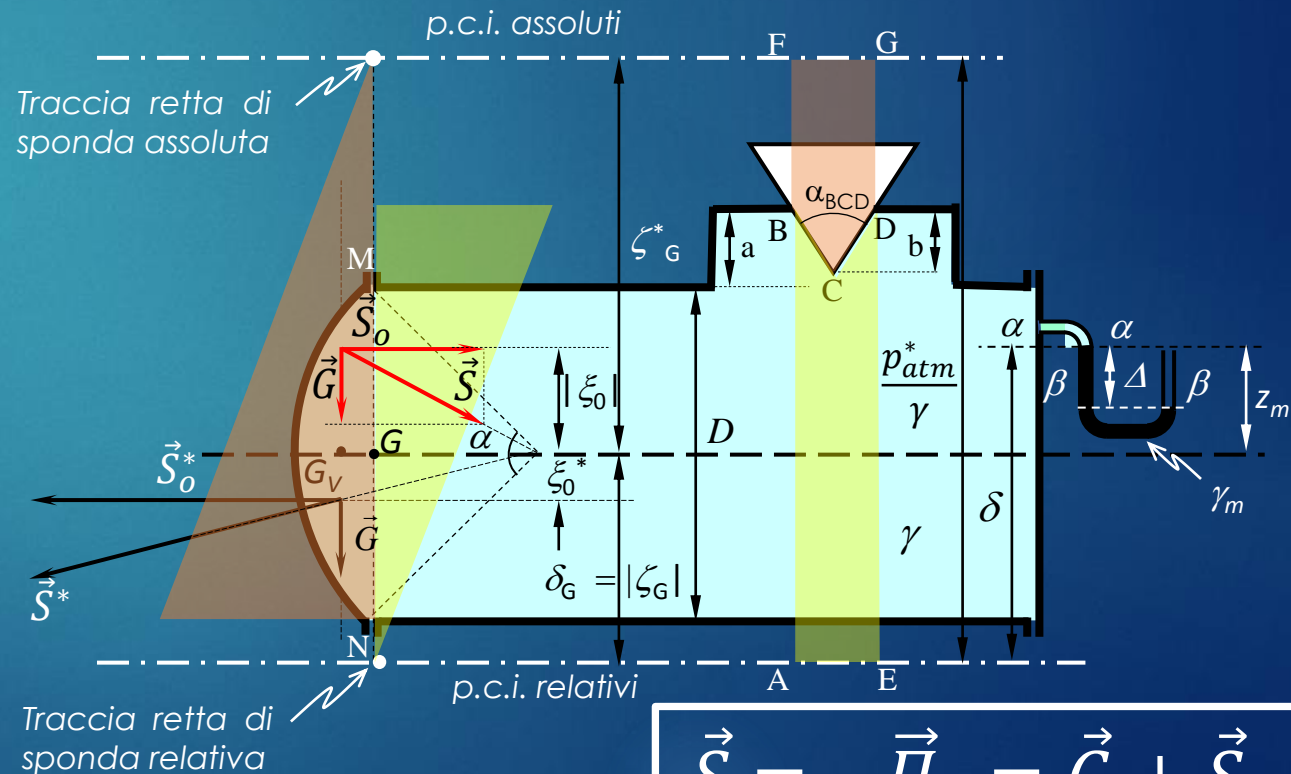
$$-\vec{G} + \vec{\Pi} = 0 \quad \vec{G} = \text{peso}; \quad \vec{\Pi} = \text{forze di superficie}$$

$$-\text{Posto } \vec{\Pi} = \vec{\Pi}_0 + \vec{S}_o \longrightarrow \vec{G} + \vec{\Pi}_0 + \vec{S}_o = 0$$

- \vec{S}_o esercitata dal liquido del serbatoio sul liquido del volume di controllo attraverso il cerchio MN
- $\vec{\Pi}_0$ esercitata dal fondello MN sul liquido di V_c
- \vec{S} esercitata dal liquido di V_c sul fondello MN
- $\vec{S} = -\vec{\Pi}_0$ (principio di azione e reazione)



- ✓ Volume di controllo compreso fra la calotta sferica e il cerchio di sezione del serbatoio, aventi in comune il contorno circolare MN



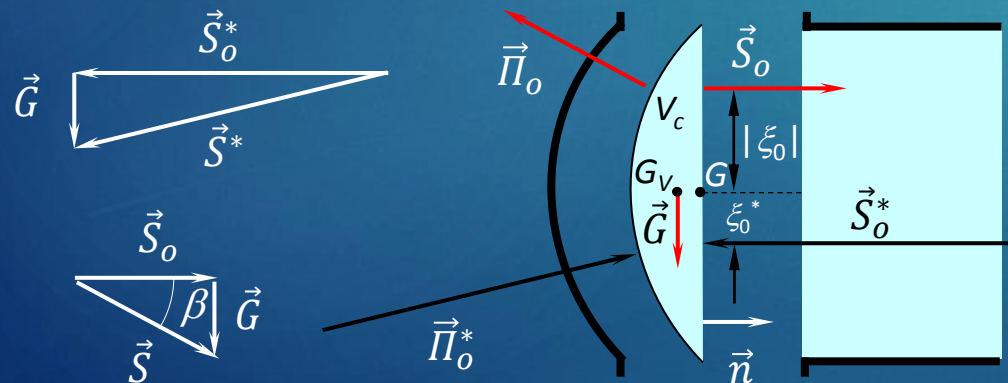
$$\vec{S} = -\vec{\Pi}_0 = \vec{G} + \vec{S}_o$$

Spinte idrostatiche (superfici gobbe)

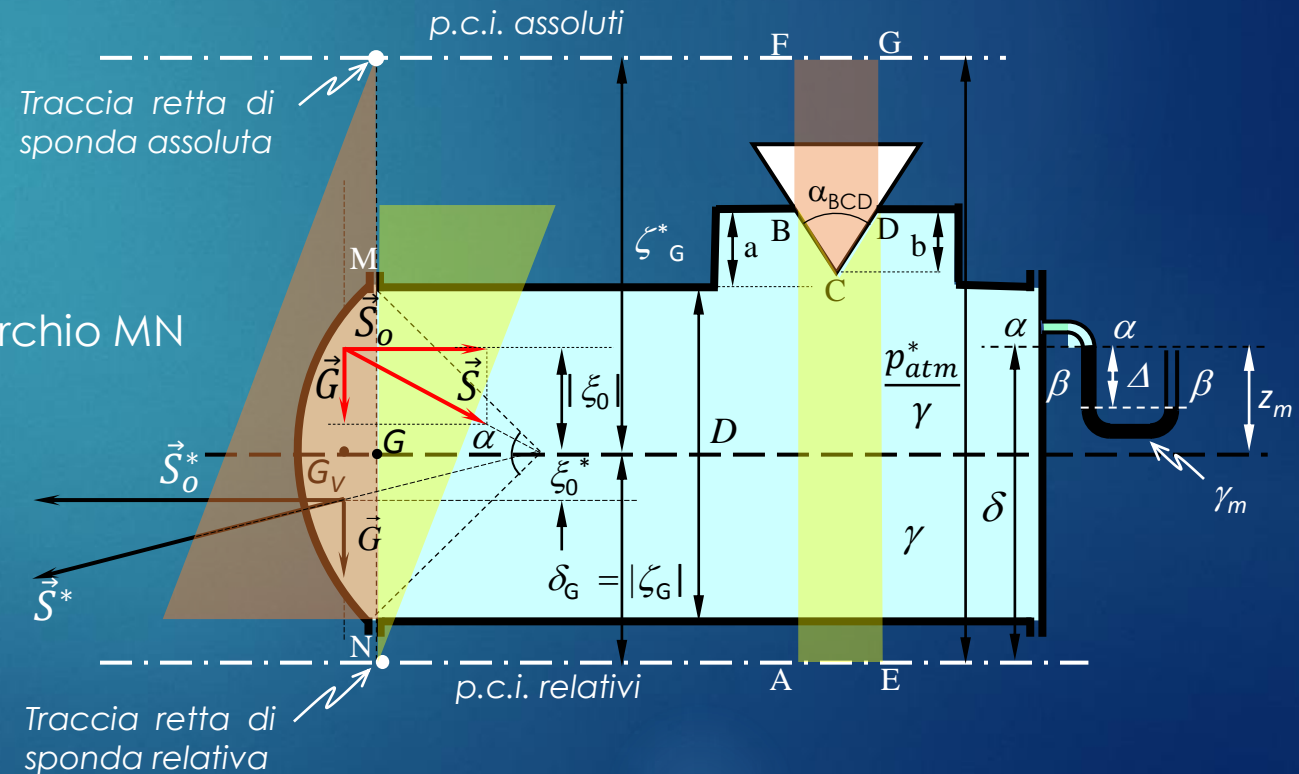
► Spinta relativa su fondello sferico MN

$$\vec{S} = \vec{G} + \vec{S}_o$$

- Peso \vec{G} del volume di controllo
 - $|\vec{G}| = \gamma V_c$; \vec{G} applicato in baricentro V_c , G_v
- Spinta \vec{S}_o su superficie piana circolare MN
 - $\vec{S}_o = -\vec{n} p_G \Omega_{MN}$; Ω_{MN} = area cerchio MN
 - $p_G = \gamma \zeta_G = -\gamma \delta_G$ ➡ spinta di trazione
 - \vec{S}_o applicato in centro di spinta (relativo) cerchio MN



- ✓ \vec{S} di trazione; $S = (S_o^2 + G^2)^{1/2}$; $\tan \beta = G/S_o$
- ✓ Retta d'azione di \vec{S} passante per il centro della sfera



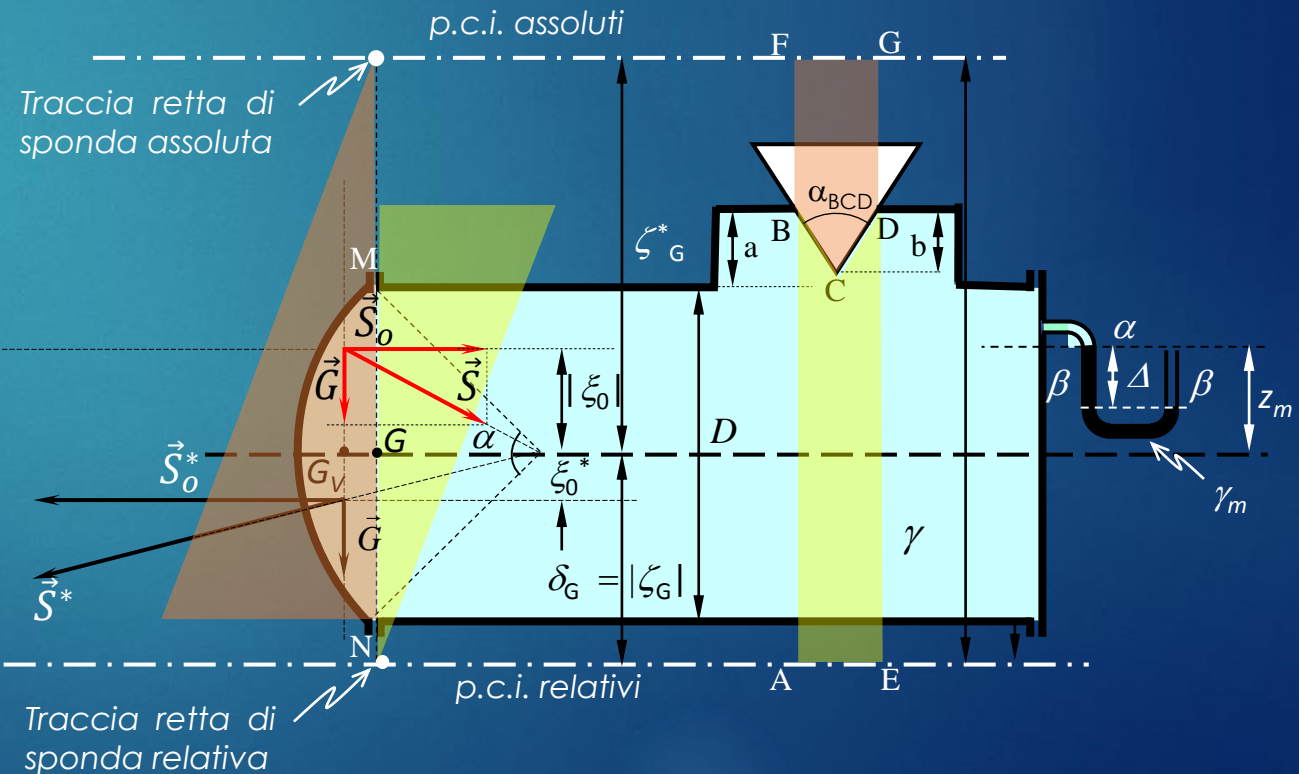
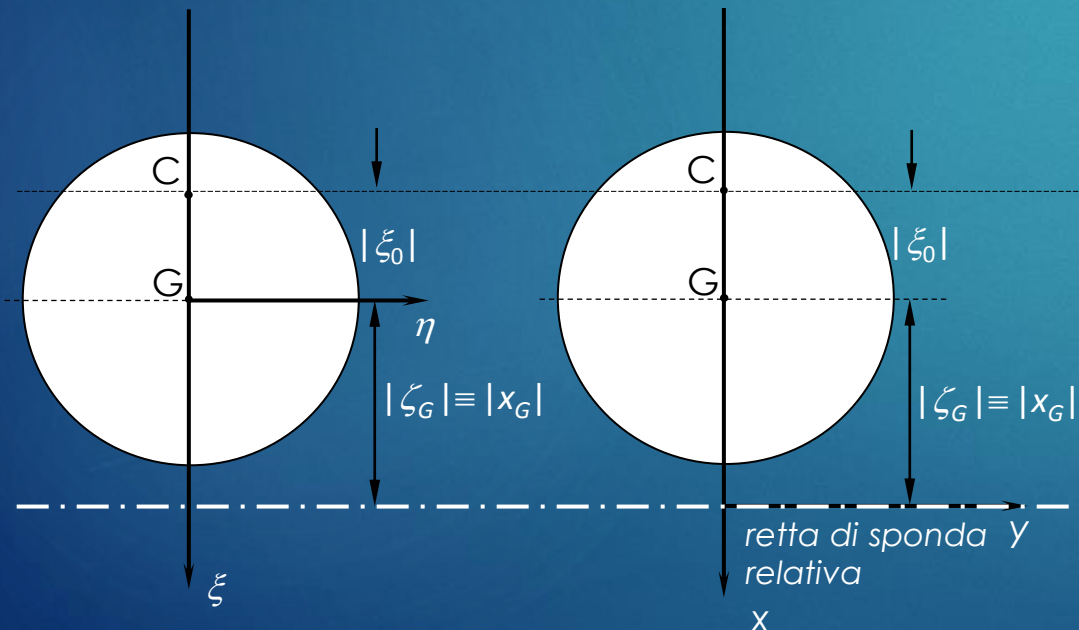
Spinte idrostatiche (superfici gobbe)

► Spinta relativa su fondello sferico MN

- \vec{S}_o applicato in centro di spinta (relativo) C del cerchio MN
 - $\xi_o = \frac{I_{xx0}}{M_s} = \frac{I_{xx0}}{x_G \Omega_{MN}} < 0$ perché $x_G < 0$
 - $\eta_o = 0$ (la superficie ha assi di simmetria)

Dati:

– $\gamma = 9806 \text{ Nm}^{-3}$;	– $\Delta = 0,40 \text{ m}$;	– $z_M = 2,00 \text{ m}$;
– $\gamma_m = 132970 \text{ Nm}^{-3}$	– $\alpha = 90^\circ$;	– $a = 0,60 \text{ m}$;
– $D = 6,50 \text{ m}$;	– $\alpha_{BCD} = 60^\circ$.	– $b = 0,50 \text{ m}$;

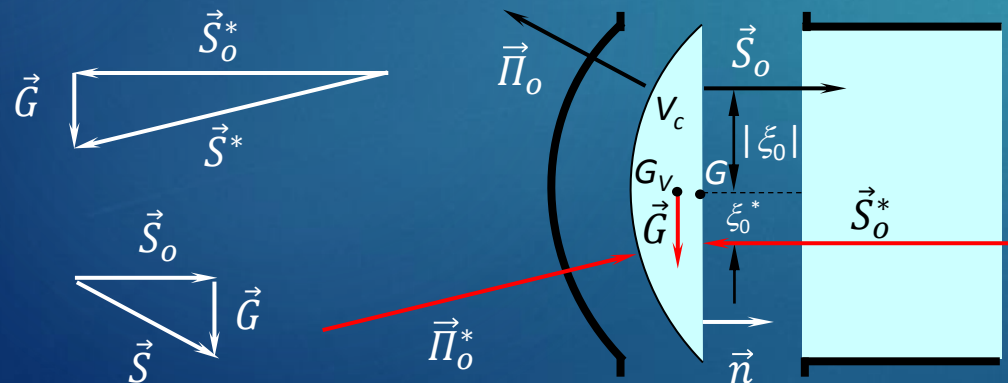


Spinte idrostatiche (superfici gobbe)

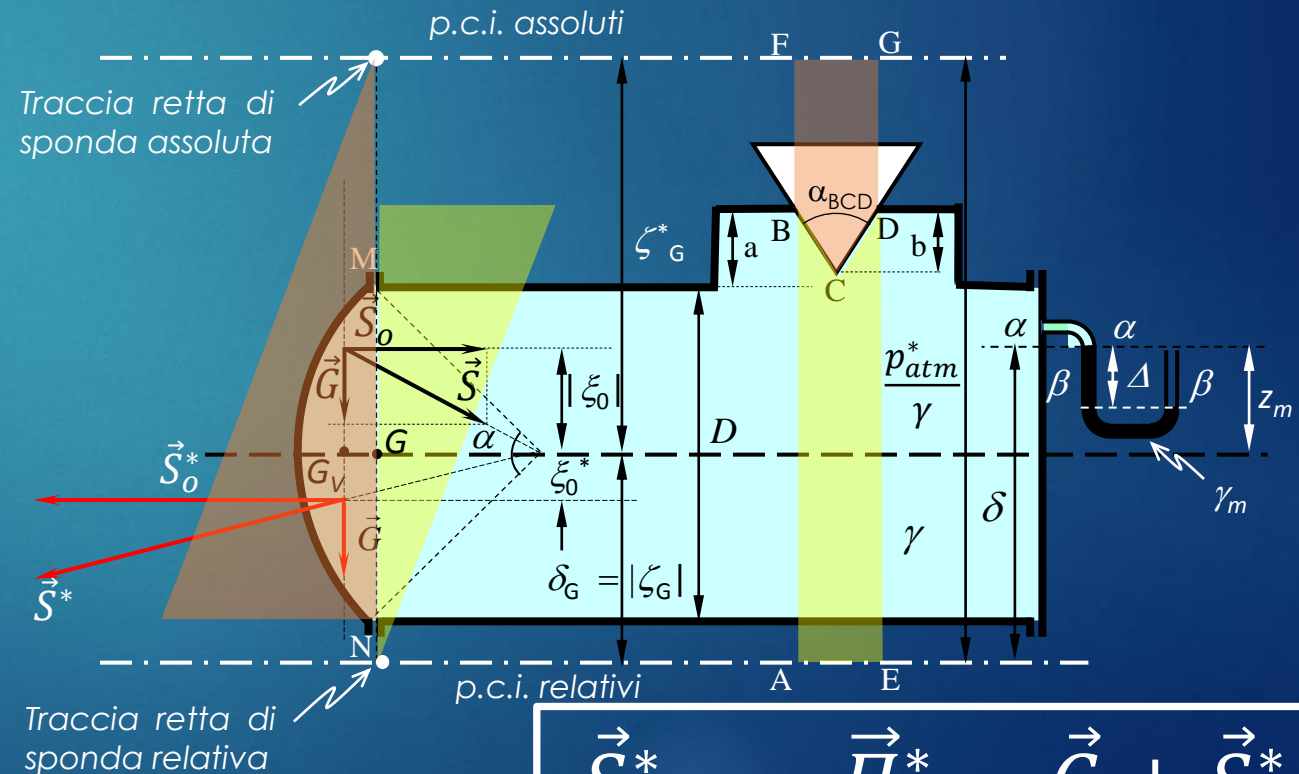
► Spinta assoluta su fondello sferico MN

• Equazione globale dell'Idrostatica

- $\vec{G} + \vec{\Pi}^* = 0$ forze di superficie assolute (p^*)
- Posto $\vec{\Pi}^* = \vec{\Pi}_0^* + \vec{S}_0^*$ $\longrightarrow \vec{G} + \vec{\Pi}_0^* + \vec{S}_0^* = 0$
 - $\vec{\Pi}_0^*$ esercitata dal fondello sul liquido del V_c
 - \vec{S}_0^* esercitata dal liquido del serbatoio sul liquido del V_c attraverso il cerchio MN
 - \vec{S}^* esercitata dal liquido sul fondello
 - $\vec{S}^* = -\vec{\Pi}_0^*$ (principio di azione e reazione)



- ✓ Volume di controllo compreso fra la calotta sferica e il cerchio di sezione del serbatoio, aventi in comune il contorno circolare MN



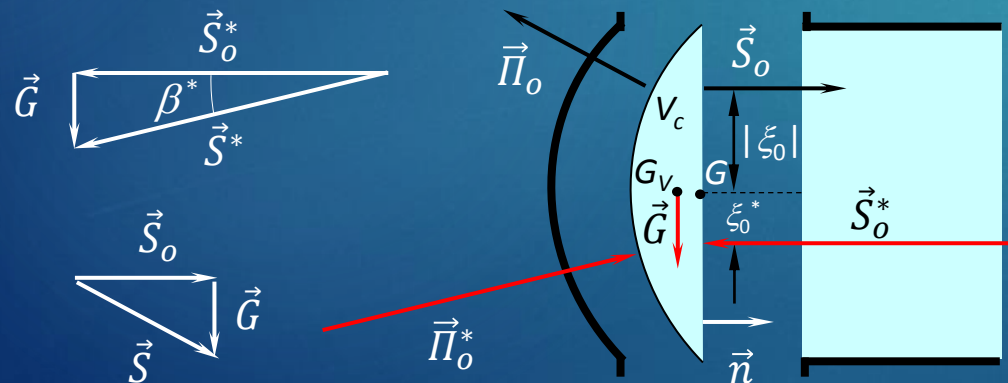
$$\vec{S}^* = -\vec{\Pi}_0^* = \vec{G} + \vec{S}_0^*$$

Spinte idrostatiche (superfici gobbe)

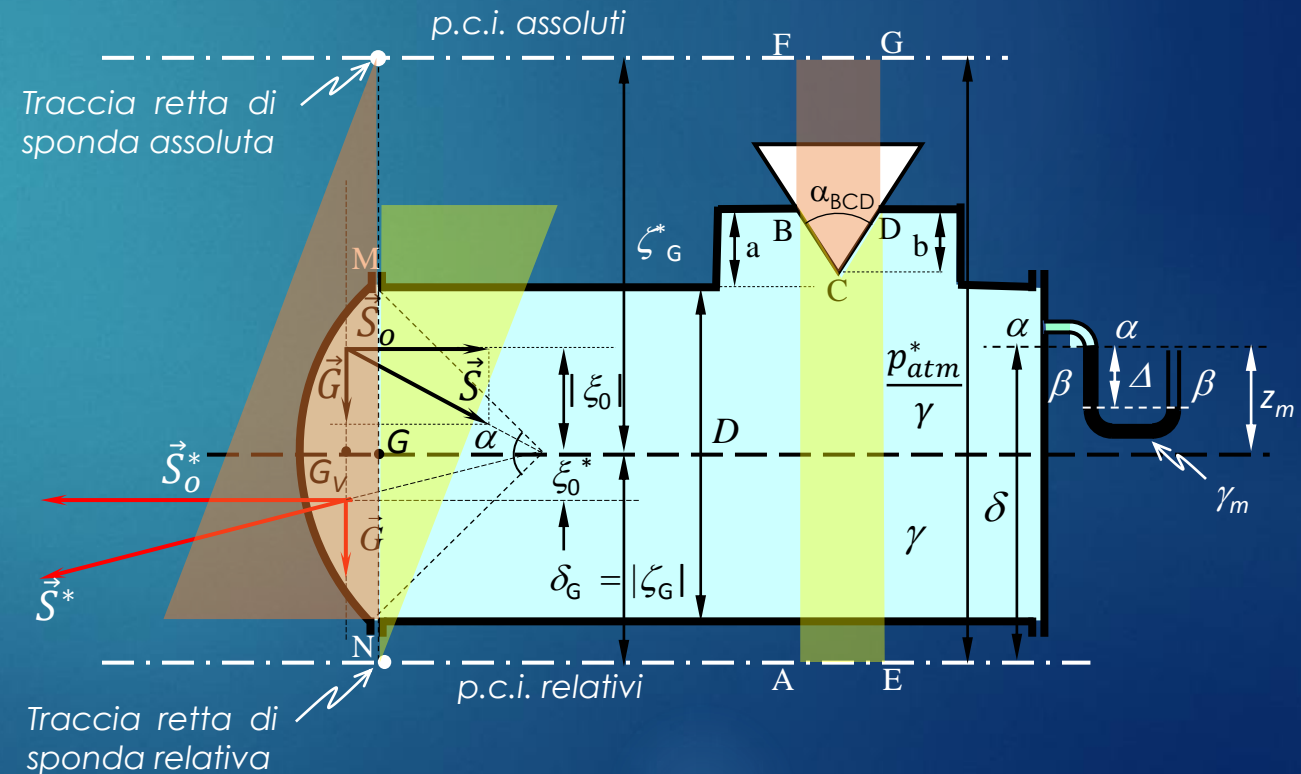
► Spinta assoluta su fondello sferico MN

$$\vec{S}^* = \vec{G} + \vec{S}_0^*$$

- Peso \vec{G} del volume di controllo
 - $|\vec{G}| = \gamma V_c$; \vec{G} applicato in baricentro V_c
- Spinta \vec{S}_0^* su superficie piana circolare MN
 - $\vec{S}_0^* = -\vec{n} p_G^* \Omega_{MN}$ Ω_{MN} = area cerchio MN
 - $p_G^* = \gamma \zeta_G^*$ \longrightarrow spinta di compressione
 - \vec{S}_0^* appl. in centro di spinta ass. cerchio MN



- ✓ \vec{S}^* di compressione; $S^* = (S_0^{*2} + G^2)^{1/2}$; $\tan \beta^* = G/S_0^*$
- ✓ Retta d'azione di \vec{S}^* passante per il centro della sfera

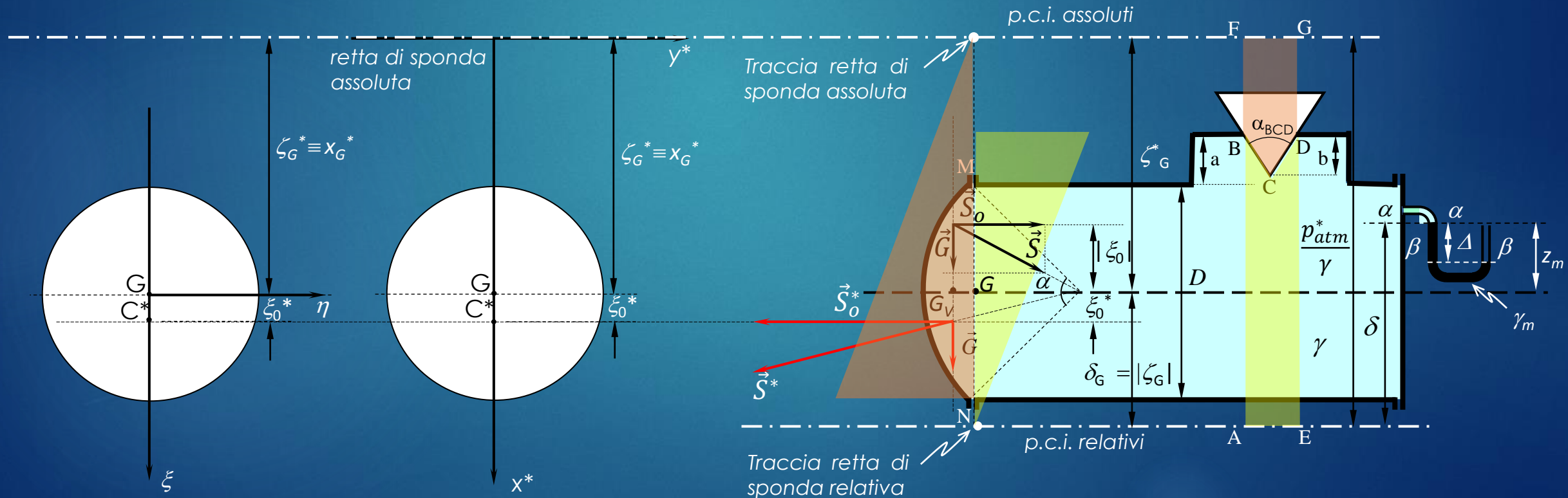


Spinte idrostatiche (superfici gobbe)

► Spinta assoluta su fondello sferico MN

- \vec{S}_0^* applicato in centro di spinta assoluto C^* del cerchio MN

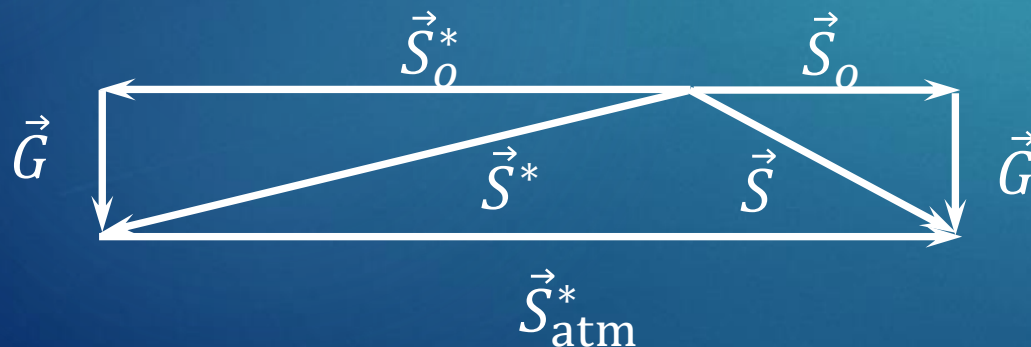
○ $\xi_0^* = \frac{I_{xx0}}{M_S^*} = \frac{I_{xx0}}{x_G^* \Omega_{MN}} > 0$ perché $x_G^* > 0$ ○ $\eta_0^* = 0$ (la superficie ha assi di simmetria)



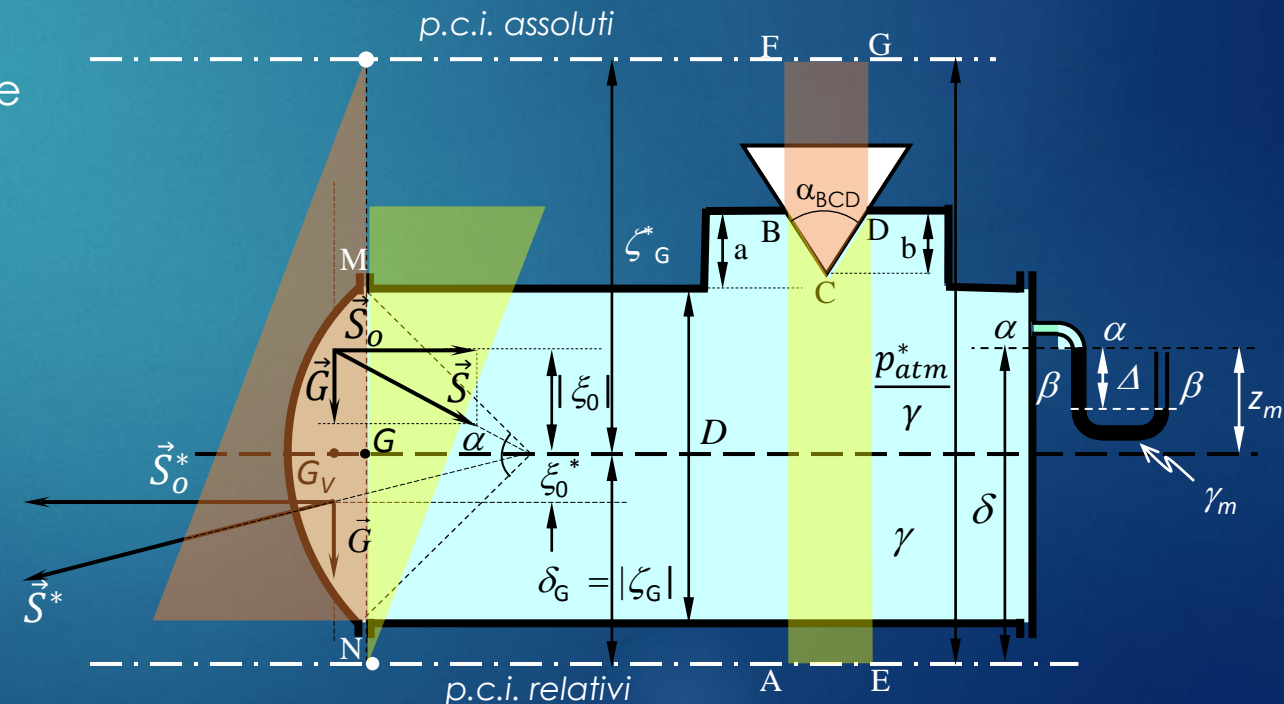
Spinte idrostatiche (superfici gobbe)

► Spinte relative e spinte assolute

- $|\vec{S}_0^*| = p_G^* \Omega_{MN} = \gamma \zeta_G^* \Omega_{MN}$
- $|\vec{S}_0| = |p_G| \Omega_{MN} = \gamma |\zeta_G| \Omega_{MN}$
- $|\vec{S}_0^*| + |\vec{S}_0| = \gamma (\zeta_G^* + |\zeta_G|) \Omega_{MN} = p_{atm}^* \Omega_{MN}$
- ✓ $p_{atm}^* \Omega_{MN}$ = modulo della spinta orizzontale \vec{S}_{atm}^* esercitata sul fondello dall'atmosfera
- ✓ $\vec{S} = \vec{S}^* + \vec{S}_{atm}^*$



- ✓ La spinta relativa rappresenta il risultante delle spinte assolute ("vere") esercitate dal liquido sulla faccia interna del fondello e dall'atmosfera sulla faccia esterna
- ✓ Il calcolo delle spinte relative è corretto e più semplice



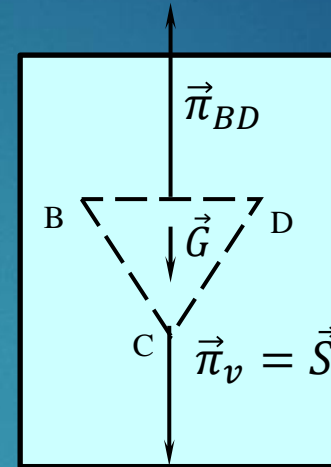
Spinte idrostatiche (superfici gobbe)

► Spinta relativa sulla valvola conica

• Equazione globale dell'Idrostatica

- artificio: spinta sulla valvola uguale a spinta sulla stessa superficie conica, immaginando il volume BCDB della parte di valvola interna al serbatoio occupato da acqua
- Volume di controllo BCDB compreso fra la superficie conica della parte di valvola interna al serbatoio e la superficie piana circolare BD
- $\vec{G} + \vec{\Pi} = 0$ \vec{G} = peso ; $\vec{\Pi}$ = forze di superficie
- Posto $\vec{\Pi} = \vec{\pi}_v + \vec{\pi}_{BD}$ $\vec{G} + \vec{\pi}_v + \vec{\pi}_{BD} = 0$
 - $\vec{\pi}_v$ esercitata dal liquido sulla superficie conica = \vec{S}
 - $\vec{\pi}_{BD}$ esercitata sul volume di controllo attraverso la superficie circolare BD

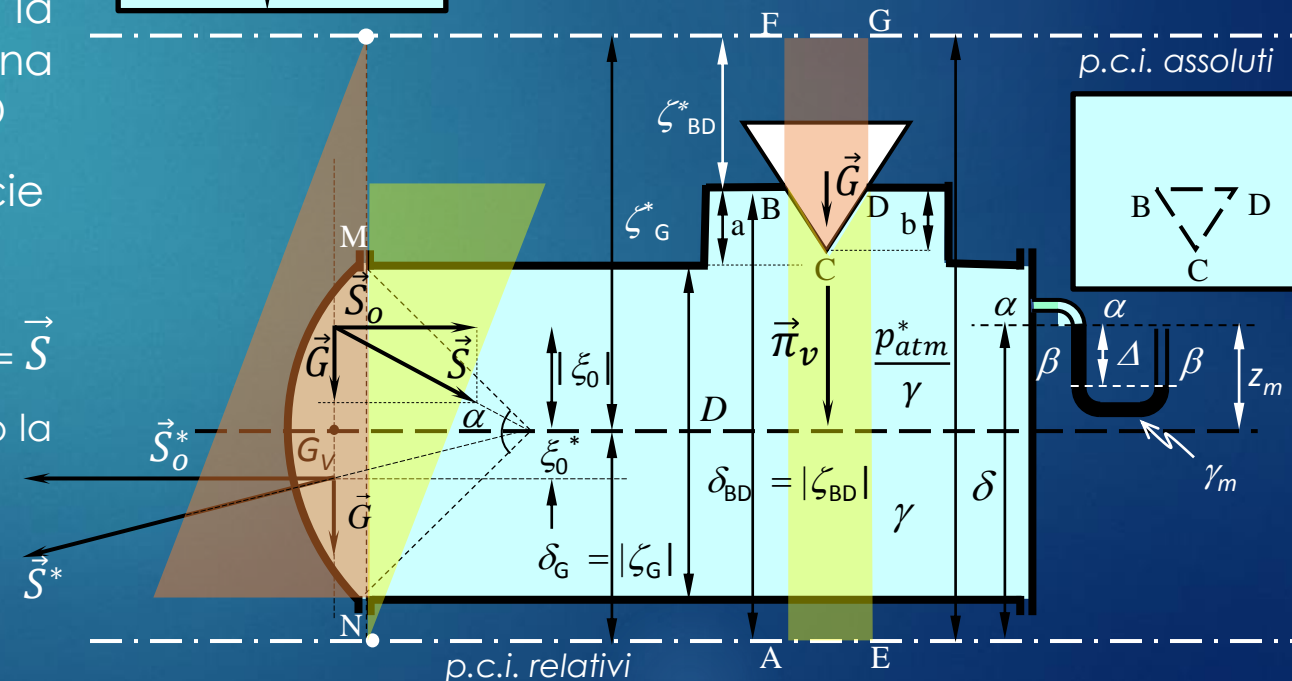
$$\vec{S} = \vec{\pi}_v = -\vec{G} - \vec{\pi}_{BD}$$



$$-\vec{G} \uparrow \downarrow -\vec{\pi}_{BD} \downarrow \quad \vec{S} = \vec{\pi}_v = -\vec{G} - \vec{\pi}_{BD}$$

$$\checkmark \quad |\vec{\pi}_{BD}| = \gamma |\zeta_{BD}| \Omega_{BD} \quad ; \quad |\vec{G}| = \gamma V_C$$

$$\checkmark \quad |\vec{S}| = |\vec{\pi}_{BD}| - |\vec{G}| = \gamma V_{ABCDEA}$$



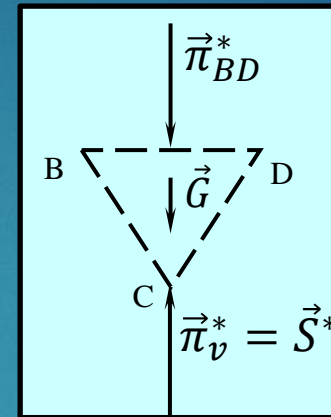
Spinte idrostatiche (superfici gobbe)

► Spinta assoluta sulla valvola conica

• Equazione globale dell'Idrostatica

- artificio: spinta sulla valvola uguale a spinta sulla stessa superficie conica, immaginando il volume BCDB della parte di valvola interna al serbatoio occupato da acqua
- Volume di controllo BCDB compreso fra la superficie conica della parte di valvola interna al serbatoio e la superficie piana circolare BD
- $\vec{G} + \vec{\Pi}^* = 0$ \vec{G} = peso ; $\vec{\Pi}^*$ = forze di superficie
- Posto $\vec{\Pi}^* = \vec{\pi}_v^* + \vec{\pi}_{BD}^* \longrightarrow \vec{G} + \vec{\pi}_v^* + \vec{\pi}_{BD}^* = 0$
 - $\vec{\pi}_v^*$ esercitata dal liquido sulla superficie conica = \vec{S}^*
 - $\vec{\pi}_{BD}^*$ esercitata sul volume di controllo attraverso la superficie circolare BD

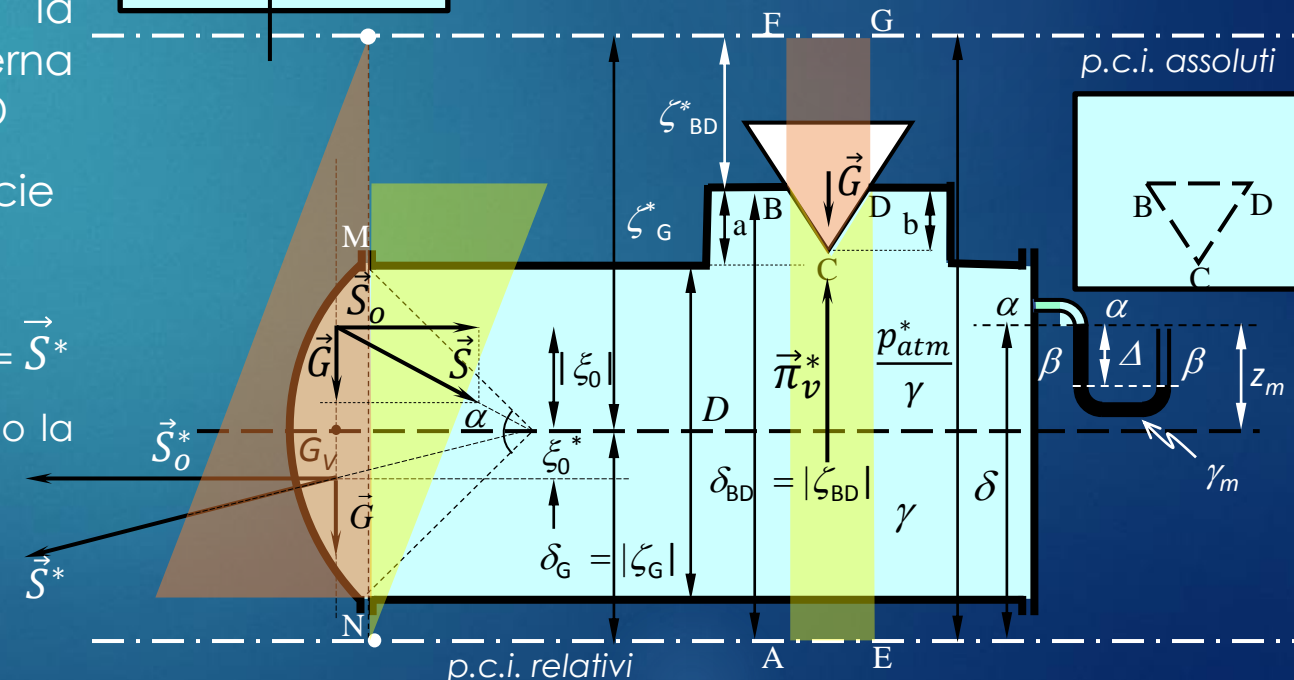
$$\vec{S}^* = \vec{\pi}_v^* = -\vec{G} - \vec{\pi}_{BD}^*$$



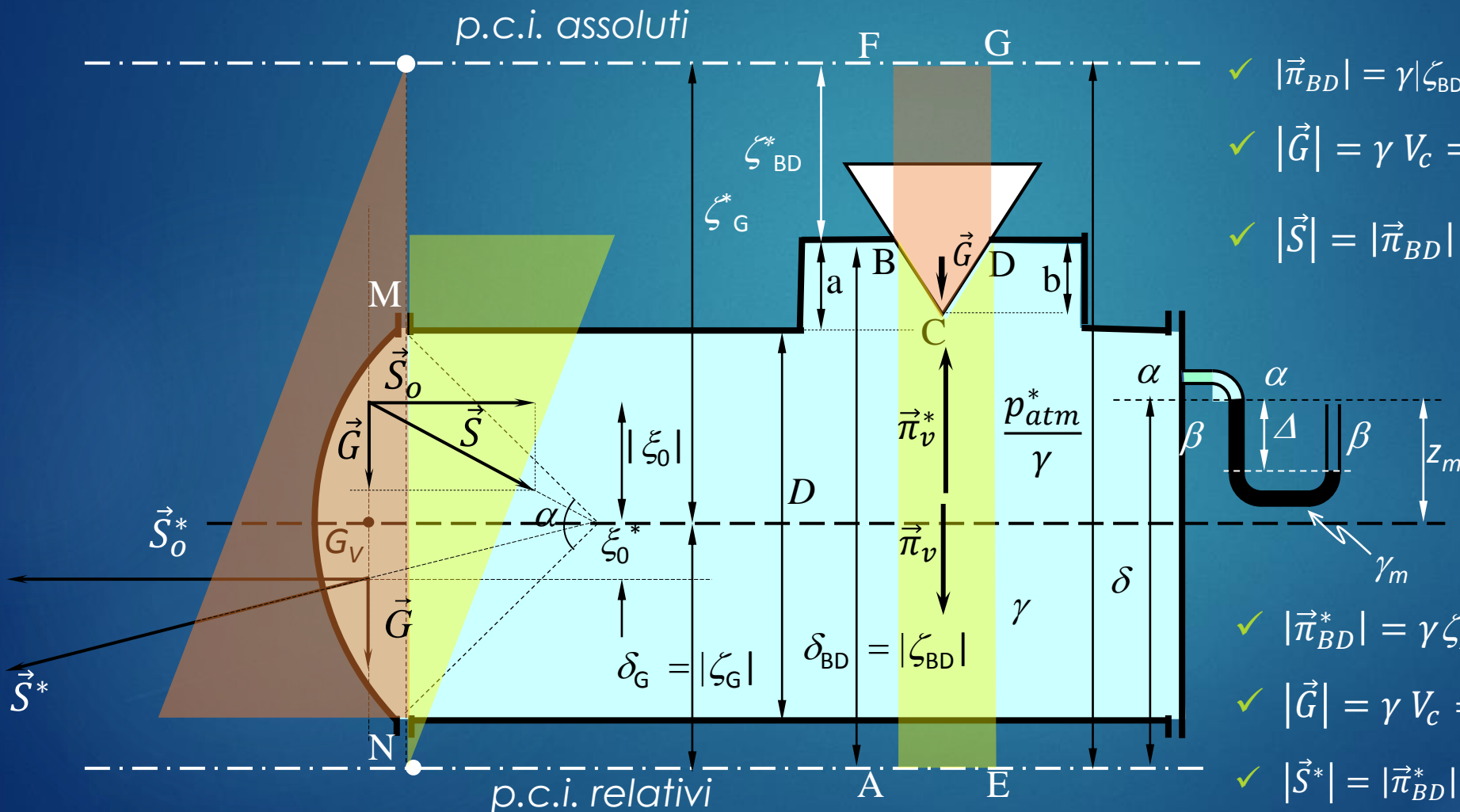
$$\vec{S}^* = \vec{\pi}_v^* = -\vec{G} - \vec{\pi}_{BD}^*$$

$$\checkmark |\vec{\pi}_{BD}^*| = \gamma |\zeta_{BD}^*| \Omega_{BD} ; |\vec{G}| = \gamma V_C$$

$$\checkmark |\vec{S}^*| = |\vec{\pi}_{BD}^*| + |\vec{G}| = \gamma V_{BCDGFEB}$$



Spinte idrostatiche (superfici gobbe)



- ✓ $|\vec{\pi}_{BD}| = \gamma |\zeta_{BD}| \Omega_{BD} = \text{peso volume ABDEA}$
- ✓ $|\vec{G}| = \gamma V_C = \text{peso volume BCDB}$
- ✓ $|\vec{S}| = |\vec{\pi}_{BD}| - |\vec{G}| = \text{peso volume ABCDEA}$

✓ Si ritrovano i risultati forniti dal metodo di calcolo delle spinte per componenti

- ✓ $|\vec{\pi}_{BD}^*| = \gamma \zeta_{BD}^* \Omega_{BD} = \text{peso volume BDGFB}$
- ✓ $|\vec{G}| = \gamma V_C = \text{peso volume BCDB}$
- ✓ $|\vec{S}^*| = |\vec{\pi}_{BD}^*| + |\vec{G}| = \text{peso volume BCDGFB}$